

In **blu** annotazioni non richieste all'esame.

1 Domanda Una medicina ha un'emivita di h ore. Una singola dose aumenta la concentrazione plasmatica di c mg/L. Si dica, in funzione di h e c , qual è la concentrazione 2 ore dopo l'amministrazione della prima dose.

Risposta $c \cdot 2^{-2/h}$.

2 Domanda Una medicina ha un'emivita di h ore. Una singola dose aumenta la concentrazione plasmatica di c mg/L. Supponiamo di somministrare una dose ogni 12 ore. Si calcoli, in funzione di h e c , qual è la concentrazione subito dopo aver amministrato la terza dose e la concentrazione massima a regime.

Risposta $(1 + 2^{-12/h} + 2^{-24/h})c, \frac{c}{1 - 2^{-12/h}}$.

3 Domanda Un tipo intervento ha la probabilità di successo dell'60%. In caso di insuccesso l'intervento dev'essere ripetuto e la probabilità di successo rimane invariata. Si scriva la probabilità che l'intervento abbia successo entro il terzo tentativo (al terzo o prima).

Risposta $\sum_{k=0}^2 (1-p)^k p = 94\%$, dove $p = 0.6$ o, in alternativa, $p_{\text{geom}}(2, 0.6) = 0.936$

4 Domanda Marie is getting married tomorrow, at an outdoor ceremony in the desert. In recent years, it has rained only 5 days each year. But, the weatherman has predicted rain for tomorrow. When it actually rains, the weatherman correctly forecasts rain 90% of the time. When it doesn't rain, he incorrectly forecasts rain 10% of the time. What is the probability that it will rain on the day of Marie's wedding?

Risposta Event R . It rains on Marie's wedding.

Event $\neg R$. It does not rain on Marie's wedding.

Event $+$. The weatherman predicts rain.

$P(R) = 5/365$ [It rains 5 days out of the year.]

$P(\neg R) = 360/365$ [It does not rain 360 days out of the year.]

$P(+|R) = 0.9$ [When it rains, the weatherman predicts rain 90% of the time.]

$P(+|\neg R) = 0.1$ [When it does not rain, the weatherman predicts rain 10% of the time.]

We want to know

$$P(R|+) = \frac{P(R)P(+|R)}{P(R)P(+|R) + P(\neg R)P(+|\neg R)} \approx 0.11$$

5 Domanda Sia $X \sim \text{Pois}(3)$. Si scriva la serie che calcola il valore atteso della variabile aleatoria \sqrt{X} .

Si ricordi che se $X \sim \text{Pois}(\lambda)$ allora $P(X=i) = e^{-\lambda} \frac{\lambda^i}{i!}$.

Risposta $\sum_{i=0}^{\infty} \sqrt{i} \cdot e^{-3} \frac{3^i}{i!}$

6 Domanda Perché la seguente identità **non** è corretta?

$$\text{Var}(2X) = \text{Var}(X + X) = \text{Var}(X) + \text{Var}(X) = 2\text{Var}(X)$$

Risposta $\text{Var}(X + Y) = \text{Var}(X) + \text{Var}(Y)$ vale solo se X ed Y sono indipendenti.

7 Domanda Per quali valori di p la serie $\sum_{n=0}^{\infty} (1 - 2p)^n$ converge? Eventualmente, a che valore?

Risposta $0 < p < 1, \frac{1}{2p}$.

8 Domanda Le variabili aleatorie X_i , per $i = 1, \dots, n$ sono indipendenti e hanno tutte media μ e varianza σ^2 . Quali sono la media e la varianza di

$$\sum_{i=1}^n X_i \quad \text{e} \quad \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i \quad ?$$

Risposta $n\mu$ e $n\sigma^2$, rispettivamente μ e σ^2/n

9 Domanda La variabile aleatoria X ha valore atteso μ e varianza σ^2 . Qual è il valore atteso di X^2 ?

Risposta $\sigma^2 + \mu^2$