Quesito 1 Assumiamo che la popolazione abbia ditribuzione normale $N(\mu, \sigma^2)$ con μ e σ ignote. Siano x_i, per $i = 1, \ldots, 16$, valori raccolti da un compione di una certa popolazione. Posto $\bar{x} = \frac{1}{16}\sum_{i=1}^{16} x_i$ e $s^2 = \frac{1}{15}\sum_{i=1}^{16}(x_i - \bar{x})^2$ vogliamo calcolare un intervallo di confidenza al 95% per μ.

Si esprima il risultato in funzione di $\bar{x}$, s e le funzioni elencate in calce (o se si preferisce usando le tavole).

Risposta $\mu = \bar{x} \pm \text{qt}(0.975) \cdot \frac{s}{4}$

Quesito 2 Per quali valori di q la serie $\sum_{i=0}^{\infty}\left[(2q)^i + q^{2i}\right]$ converge? Eventualmente, a che valore?

Risposta $-1/2 < q < 1/2$, $\frac{1}{1-2q} + \frac{1}{1-q^2}$

Quesito 3 Abbiamo comperato una grossa partita di biglie. Ci viene detto che il peso medio delle biglie è di 50g con una deviazione standard di 5g. Assumendo che il peso si distribuisca normalmente con la deviazione standard comunicata dal fornitore, vogliamo testare l'ipotesi $H_0 : \mu = 50g$ contro l'ipotesi $H_A : \mu \neq 50g$. Da un campione di 16 biglie otteniamo un peso medio di 45g. Con quale p-valore possiamo rigettare H_0?

Si esprima il risultato usando le funzioni elencate in calce (o se si preferisce usando le tavole).

Risposta `2 * pnorm(-4)`

$$\frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma/\sqrt{n}} = \frac{45-50}{5/4} = -4$$

Quesito 4 Preleviamo 8 individui da una popolazione con distribuzione $N(3,4)$. Qual è la probabilità che almeno 5 abbiano valore tra tra 1 e 4?

Si esprima il risultato usando le funzioni elencate in calce o se si preferisce le tavole. Il risultato può essere espresso usando simboli di moltiplicazione, potenza, e sommatoria senza esplicitare il calcolo numerico.

Risposta

$\sum_{k=5}^{8} p^k (1-p)^{8-k}$ dove $p = P(1 \leq X \leq 4) = P(-1 \leq Z \leq 1/2) =$ `pnorm(0.5) - pnorm(-1)`

Quesito 5 Vogliamo testare l'ipotesi che l'assunzione quotidiana di cardioaspirina sia indipendente dall'avere un infarto. Dei soggetti che prendevano aspirina 61 hanno avuto un invarto, e 8936 no. Dei soggetti nel gruppo di controllo 99 hanno avuto un infarto e 8907 no.

Dal test del Chi-quadro calcoliamo $q = \sum_{h=1}^{2}\sum_{k=1}^{2} \frac{\left(n \cdot n_{h,k} - n_h^X \cdot n_k^Y\right)^2}{n \cdot n_{h,k}}$ e otteniamo $q = 7.5$.

Usando le funzioni elencate in calce (o se si preferisce usando le tavole) come si calcola il p-valore del test?.

Risposta `1 - pchisq(7.5,1)`

Quesito 6 In letteratura è riportata la prevalenza del daltonismo nella popolazione femminile (1%) e maschile (4%) la popolazione di Kululo è composta da 53% di maschi e 47% di femmine. Che prevalenza di daltonismo dovremo aspettarci a Kululo?

Il risultato può essere espresso usando simboli di moltiplicazione, potenza, e sommatoria senza esplicitare il calcolo numerico.

Risposta
$P(D|F) = 0.01$
$P(D|M) = 0.04$
$P(F) = 0.47$
$P(M) = 0.53$

$P(D|F)P(F) + P(D|M)P(M)$

Si assumano noti i valori delle seguenti queste funzioni

`pnorm(z)`$=P(Z \le z)$, per $Z \sim N(0,1)$

`qnorm(`α`)=z`, dove $P(Z \le z) = \alpha$ per $Z \sim N(0,1)$

`pt(t,n)` $= P(T \le t)$, per $T \sim t(n)$

`qt(`α`,n)=t`, dove $P(T \le t) = \alpha$ per $T \sim t(n)$

`pchisq(q,k)`$= P(Q \le q)$, per $Q \sim \chi^2_k$

`qchisq(`α`,k)=q`, dove $P(Q \le q) = \alpha$ per $Q \sim \chi^2_k$