

## Compito A

1) Tracciare il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} -3x & x < -2 \\ -x^2 - 2x + 3 & x \in [-2, 1] \\ (x-1)^2 & x > 1 \end{cases}$$

In quali punti è continua/derivabile?

2) Data la funzione  $f(x) = e^{\cos x} \cdot \frac{1}{x^2-1}$ , trovare:

• il max. dominio di definizione

•  $f'(x)$

•  $f'(0)$

3) La temperatura di ebollizione dell'acqua dipende dall'altitudine  $h$ , con formula

$$T(h) = 100,8 - 0,04 \cdot \sqrt{h + 431} \quad (\text{circa})$$

Spiegare perché questo implica che l'acqua bolle alla temperatura  $T = 98^\circ$  per qualche  $h$  compreso tra 4000 e 4500 m (s.l.m.)

4) Trovare la primitiva generale della funzione

$$f(x) = \frac{e^{1/x}}{x^2}$$

5) Trovare la soluzione generale dell'eq. differenziale

$$\dot{y}(x) = y(x) + 1$$

6) Tracciare le curve di livello della funzione

$$f(x,y) = \left(\frac{x}{2}\right)^2 + y^2$$

$$f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ 0 & x = 0 \\ x^2 & x < 0 \end{cases}$$

La funzione è continua e derivabile.

2) Data la funzione  $f(x) = \frac{1}{x^2}$

trovare la derivata.

$$f'(x) = -\frac{2}{x^3}$$

$$f'(x) = -\frac{2}{x^3}$$

3) La tangente alla curva  $f(x) = \sqrt{x}$  nel punto  $P(1,1)$

$$T(x) = 100,5 - 0,01 \cdot \sqrt{100 + 1,51}$$

Spiega perché questo valore che lo trovo dalle tangenti  $T = 30^\circ$  per questo è corretto.

$$1000 \text{ e } 1500 \text{ m (slm)}$$

4) Trovare la derivata parziale della funzione

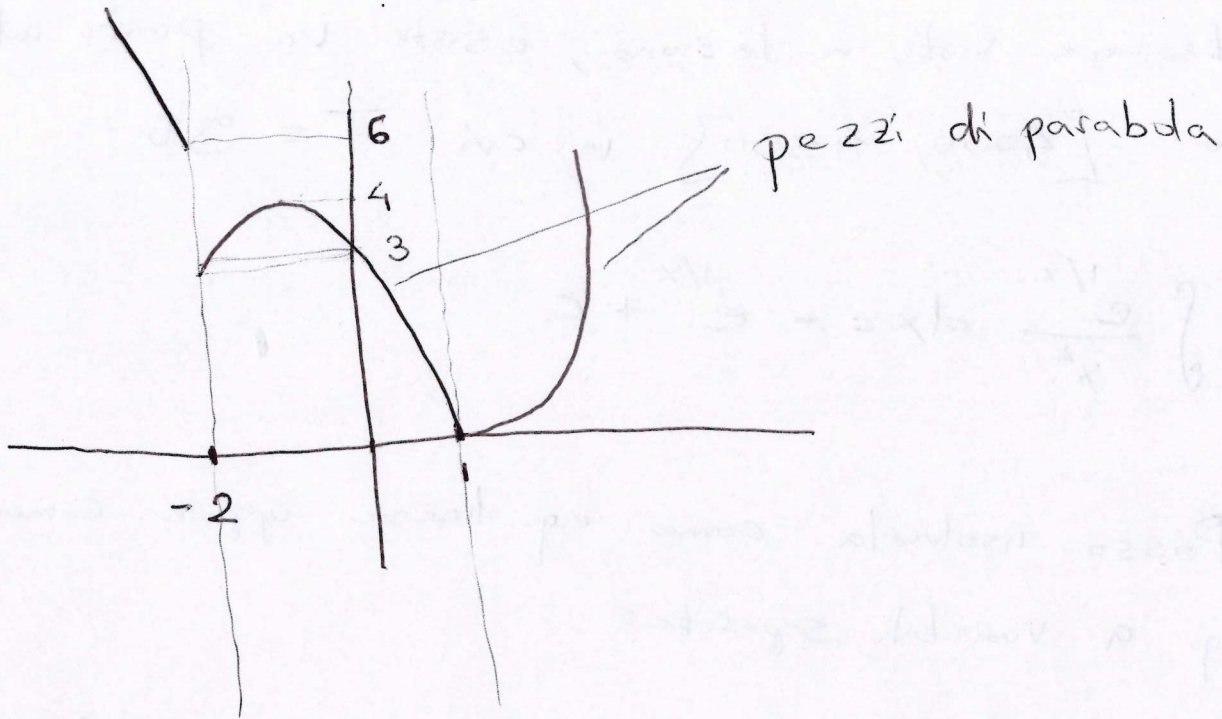
$$f(x,y) = \frac{y}{x^2}$$

5) Trovare la derivata parziale della funzione

$$f(x,y) = y(x+1)$$

# Soluzioni compito A:

1)



La funzione è chiaramente discontinua in  $x = -2$  (e quindi neppure derivabile), e non derivabile in  $x = 1$ .  
Altrove tutto bene.

2) Max dominio =  $\{x \in \mathbb{R} : x^2 - 1 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R} : x \neq \pm 1\}$

$$f'(x) = e^{\cos x} (-\sin x) \cdot \frac{1}{x^2 - 1} - e^{\cos x} \frac{2x}{(x^2 - 1)^2}$$

$$= - \frac{e^{\cos x} ((x^2 - 1) \sin x + 2x)}{(x^2 - 1)^2}$$

$$f'(0) = - \frac{e^{\cos 0} (-1 \cdot \sin 0 + 2 \cdot 0)}{1^2} = 0$$

3) La funzione è continua.

$$T(4000) = \text{---} < 98$$

$$T(4500) = \text{---} > 98$$

Per teorema visto a lezione, esiste un punto nell'intervallo  $[4000, 4500]$  in cui  $T = 98$

$$4) \int \frac{e^{1/x}}{x^2} dx = -e^{1/x} + C$$

5) Posso risolverla come eq. lineare oppure come eq. a variabili separate:

• lineare:  $y'(x) - y(x) = 1$       $a(x) = -1$ ,  $b(x) = 1$

$$A(x) = -x \quad (e^{-x} y)' = e^{-x} \quad e^{-x} y = -e^{-x} + C$$

$$\Rightarrow y = -1 + C e^x$$

• Variabili sep:  $\frac{y'}{1+y} = 1$       $\ln|1+y| = x + C$

$$1+y = \pm e^x \cdot e^C = A e^x \Rightarrow y = A e^x - 1$$