

Università di Torino, Corso di Laurea in CTF, A.A. 2014-15	MATEMATICA: Prova scritta relativa alla parte di Analisi Matematica	08 Settembre 2015
COGNOME:		
NOME:		
MATRICOLA:		

Indicare quali delle seguenti affermazioni sono vere e quali false crocettando la corrispondente casella:

Es.1 Sia $f(x) = x + \frac{1+x}{1-x}$, allora:

- (a) vera falsa $\forall M > 0, \exists N > 0, \forall x \in \mathbb{R} \mid x > N \implies f(x) > M$
- (b) vera falsa $\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0, \forall x \in \mathbb{R} \mid 0 \leq |x| < \delta \implies |1 + f(x)| < \epsilon$

Es.2

- (a) vera falsa Le funzioni $\sin x$ ed $\cos x$ hanno entrambe massimo assoluto di valore 1, quindi il valore del massimo assoluto della funzione $\sin x + \cos x$ è 2;
- (b) vera falsa Per ogni funzione $f(x)$ reale continua definita sull'intervallo $[0, 10]$ e tale che sia $f(0) = f(10)$, esiste un valore $c \in (0, 10)$ tale che sia abbia $f'(c) = 0$.

Es.3

- (a) vera falsa La funzione $f(x) = \sqrt{x} + \log(x - 1)$ ha dominio $x > 0$.
- (b) vera falsa Qualunque sia il valore $k \in \mathbb{R}$, la funzione $f(x) = -4 \cos(kx) + 2 \sin(x)$ ha retta tangente in $x = 0$ di equazione $y = -4 + 2x$.

Es.4 Un farmaco, con fattore di smaltimento giornaliero del 10%, viene somministrato in 14 dosi giornaliere di C_0 grammi ciascuna.

- (a) vera falsa La quantità di farmaco presente nell'organismo alla fine del trattamento è di $10(1 - (9/10)^{14})C_0$ gr.
- (b) vera falsa Se il fattore di smaltimento giornaliero raddoppia (cioè passa al 20%) allora la dose di farmaco finale si dimezza (cioè diventa $5(1 - (9/10)^{14})C_0$ gr.).

SEGUE SUL RETRO 

Es.5

- (a) vera falsa $\int \frac{\log(x^2)}{x} dx = \log^2(x)$ con $C \in \mathbb{R}$.
- (b) vera falsa Per ogni valore di $k \in \mathbb{R}$, la funzione $f(x) = x + \frac{k}{x}$ ha asintoto $y = x$ per $x \rightarrow +\infty$.
-

Es.6 Una popolazione segue la legge di evoluzione $y(t) = y_0 e^{at}$ dove $y(t)$ = numerosita' della popolazione al tempo t , y_0 = numerosita' al tempo $t = 0$, a = parametro di evoluzione caratteristico della popolazione.

- (a) vera falsa Secondo il modello, se la numerosità iniziale y_0 è troppo bassa la popolazione tende ad estinguersi anche nel caso di parametro $a > 0$.
- (b) vera falsa La legge di evoluzione è espressa dal problema di Cauchy $\begin{cases} y' = ay, \\ y(0) = y_0. \end{cases}$
-

Es.7

- (a) vera falsa L'insieme di convergenza della serie geometrica $\sum_{n=0}^{+\infty} |1 - x|^n$ è $|x| < 1$.
- (b) vera falsa Sull'insieme di convergenza la serie precedente ha somma $\sum_{n=0}^{+\infty} |1 - x|^n = \frac{1 - |1 - x|^{n+1}}{1 - |1 - x|}$.
-

Es.8 Un popolazione $y = y(t)$ segue la legge di evoluzione $y' = ay$ con $a \in \mathbb{R}$. Supponiamo di considerare estinta la popolazione al tempo t se t è il minimo valore per cui $y(t) < 1$.

- (a) vera falsa Se $a = -1/2$ e $y(0) = 100.000$ allora la popolazione sarà estinta al tempo $t = 2 \log(100.000)$.
- (b) vera falsa Il tempo di estinzione è finito se $-1 < a < 1$, infinito se $a \geq 1$, indeterminato se $a \leq -1$.
-

Valutazione: +2 punti ogni risposta corretta, -1 punto ogni risposta errata, 0 punti ogni risposta non data.