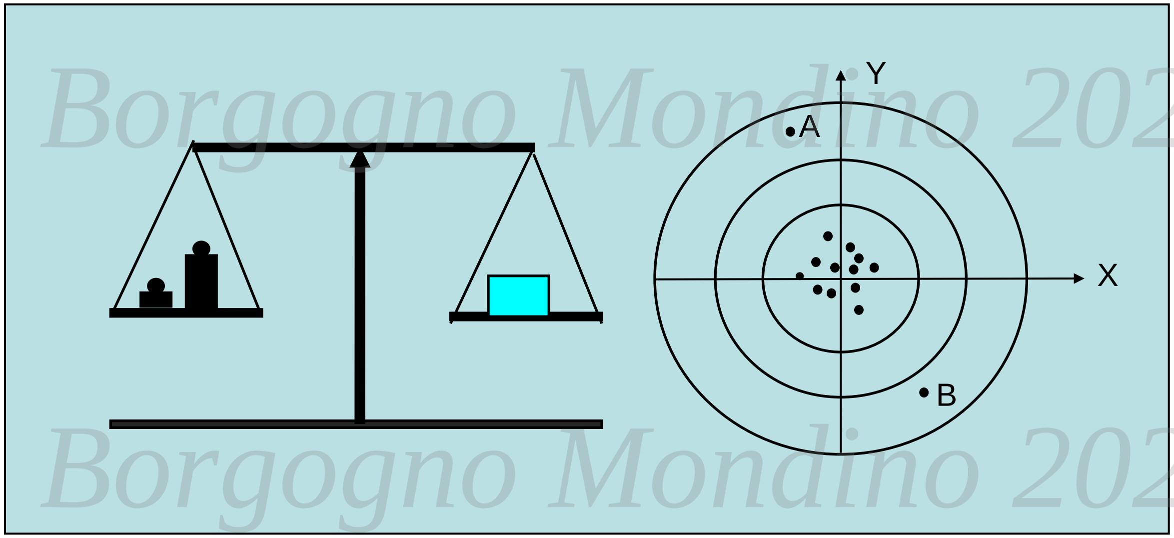
Trattamento delle Osservazioni

Gli errori di misura

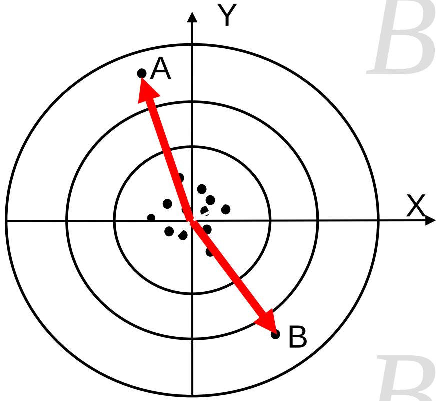


Enrico Borgogno Mondino
enrico.borgogno@unito.it
Tel. Uff. 011-6705523

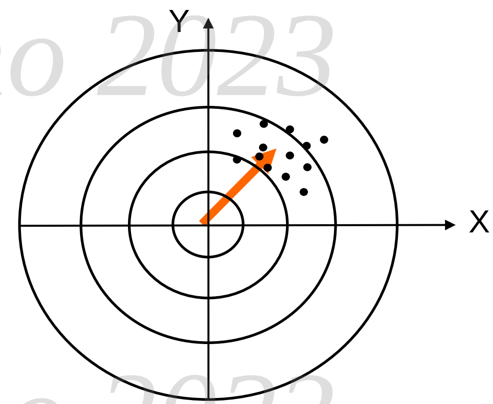
Quali problemi si pongono?

1) Misure ripetute della stessa grandezza NON coincidono (es. Se ripeto la misura di un angolo otterrò sempre misure leggermente diverse) → esiste UNA misura VERA non conoscibile ed infinite STIME della MISURA VERA

Le misure sono affette da errori:



1) Grossolani (A e B nel disegno)
   → operatore
2) Sistematici
   → strumento
3) Accidentali
   → natura aleatoria (CASUALE) del processo di misura

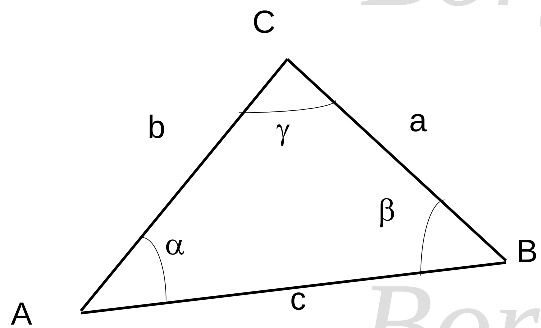


Quale misura è quella vera? → Non si può dire. Ciò che si può dire è quale sia la miglior stima della misura vera.

Posso qualificare la mia misura definendone il valore e la precisione che la caratterizza?

Quali problemi si pongono?

2) Le misure reali non rispettano i criteri geometrici (es. La somma degli angoli interni di un triangolo non è 180°) → misure che devono rispettare vincoli geometrici si dicono MISURE DIRETTE CONDIZIONATE



$$\alpha + \beta + \gamma = \pi + v$$

Come faccio a recuperare la coerenza geometrica delle osservazioni??

La STATISTICA come possibile soluzione dei problemi

→ Gli errori GROSSOLAN sono evidenti e possono essere facilmente rimossi → sono, in genere, errori dell'operatore (di distrazione)

→ Gli errori SISTEMATICI possono essere rimossi o minimizzati utilizzando accorgimenti procedurali in fase di misura (regola di BESSEL per es.) → sono in genere errori connessi alle modalità operative degli strumenti utilizzati (srettifiche)

→ Gli errori ACCIDENTALI non sono rimovibili → possono essere minimizzati e gestiti. Lo strumento deputato a tale scopo è la STATISTICA

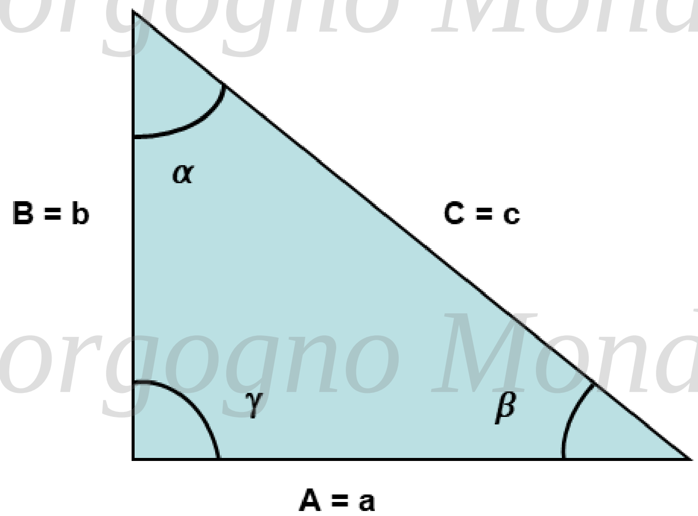
L'approccio statistico consente di :

A) STIMARE il valore della MISURA

B) STIMARE il valore della precisione della MISURA

C) MINMIZZARE e REDISTRIBUIRE gli errori rispettando i vincoli geometrici (<u>compensazione</u>)

Che tipi di misure esistono?



MISURE DIRETTE → restituite dallo strumento (misuro con distanziometro a e b)

MISURE INDIRETTE → se derivate mediante formule a partire da misure dirette (ricavo c)

MISURE DIRETTE CONDIZIONATE → se devono soddisfare vincoli geometrici

MISURE INDIRETTE CON ESUBERANZA DI OSSERVAZIONI → ho più misure di quante ne servono, che danno luogo a più equazioni per la derivazione della stessa grandezza indiretta → risolvendole separatamente senza precauzioni il valore che ottengo per la grandezza indiretta è diverso.

LA VARIABILE STATISTICA DISCRETA

TERMINOLOGIA:

- **POPOLAZIONE:** è un insieme FINITO di individui ognuno dei quali è caratterizzato da un attributo X che può assumere valori diversi DISCRETI.

- **INDIVIDUI:** sono i soggetti dell'indagine statistica (es. persone umane)

- **ATTRIBUTO:** è una caratteristica discreta degli individui che viene analizzata statisticamente (colore capelli, colore degli occhi …)

- **VALORE ARGOMENTALE:** è la misura dell'attributo

$$I = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \dots \\ X_M \end{bmatrix}$$

$$X_1 = \{x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_N$$

La variabile statistica indica come i valori argomentali si distribuiscano fra gli individui di una popolazione reale

VARIABILE STATISTICA DISCRETA

La popolazione di una variabile statistica può essere descritta ricorrendo al concetto di FREQUENZA. La FREQUENZA definisce un conteggio degli individui che manifestano, per l'attributo indagato, pari valore argomentale.

Frequenza assoluta $[F_i]$: numero di individui con valore argomentale x_i

Frequenza relativa $[f_i]$: percentuale di individui sul totale (N) aventi valore argomentale x_i

Frequenza Cumulata (assoluta o relativa) [G o g]: definisce il numero di individui che manifestano VALORE ARGOMENTALE pari o inferiore ad un certo valore. Risulta dalla somma delle frequenze assolute o relative che precedono quella relativa al valore argomentale considerato

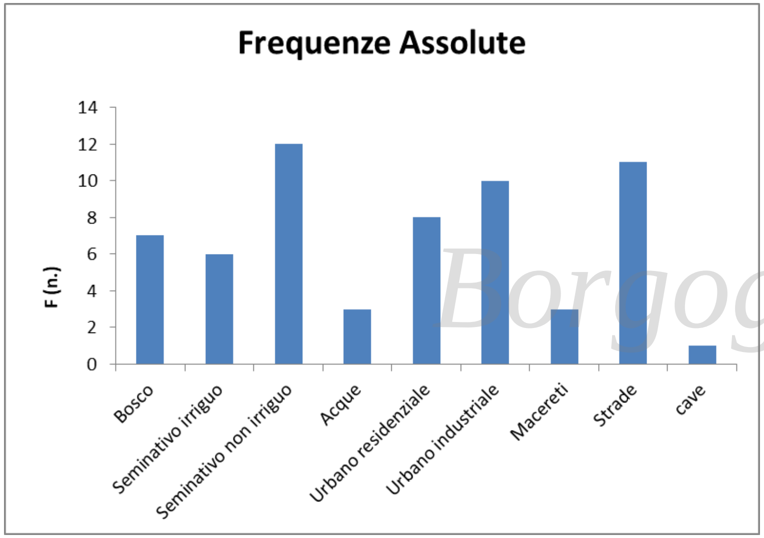
$$X_1 = \begin{cases} x_1 & x_2 & \dots & x_N \\ F_1 & F_2 & \dots & F_N \\ f_1 & f_2 & \dots & f_N \end{cases} \quad \text{con} \quad \sum_{i=1}^{N} F_i = N, \; \sum_{i=1}^{N} f_i = 1 \quad \Rightarrow \quad \boxed{f_i = \frac{F_i}{N}}$$

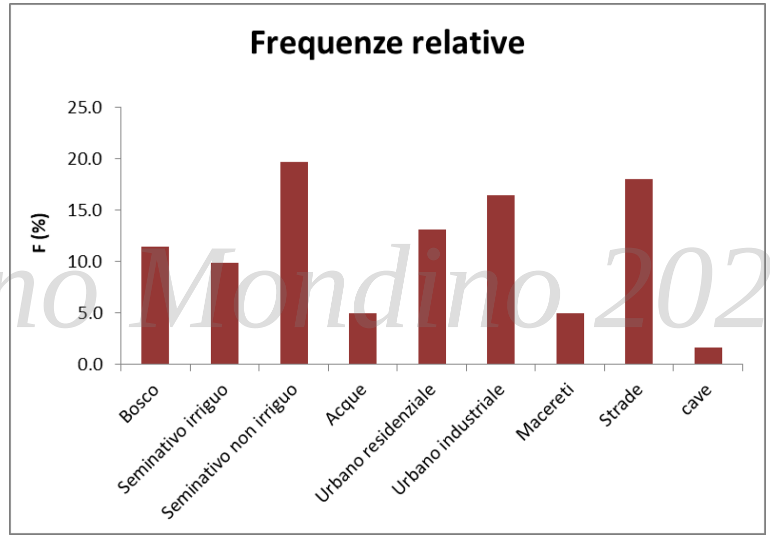
$$C \begin{cases} x_1 & x_2 & \dots & x_n \\ g_1 = \dfrac{F_1}{N} & g_2 = \dfrac{F_1 + F_2}{N} & \dots & g_n = \dfrac{F_1 + F_2 + \dots + F_n}{N} \\ G_1 = F_1 & G_2 = F_1 + F_2 & \dots & G_1 = F_1 + F_2 + \dots + F_n \end{cases}$$

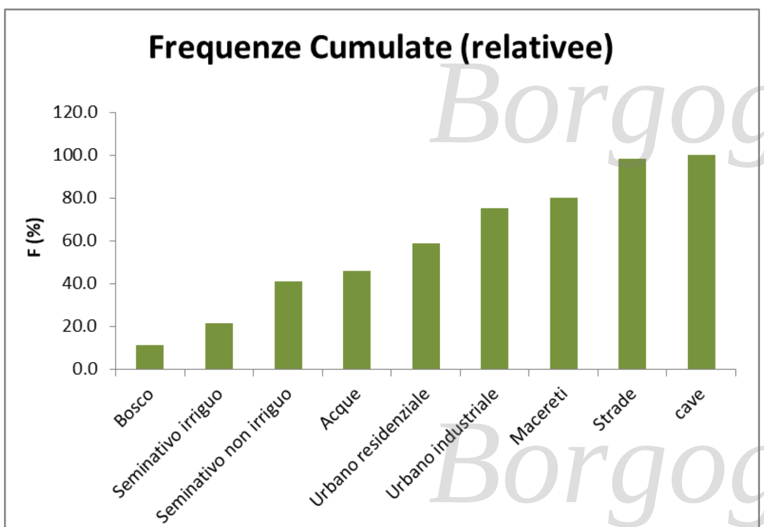
Il TEOREMA CENTRALE della STATISTICA stabilisce che, per un numero sufficientemente alto di osservazioni (estrazioni) la frequenza (relativa) tende alla PROBABILITA'. Quindi conoscere la frequqnza di estrazione di un valore argomentale equivale a conoscerne la probabilità di estrazione

VARIABILE STATISTICA DISCRETA

Lo strumento grafico di rapprsentazione delle FREQUENZE è detto ISTOGRAMMA DI FREQUENZA. Esso riporta sulle ascisse il valore argomentale e sulle ordinate le frequenze corrispondenti.







	Frequenza assoluta (F)	Frequenza Relativa (f, %)	Frequenza Cumulata (relativa, g)
Classe	**N**	**F/Ntot**	**Fc(i-1)+f(i)**
Bosco	7	11.48	11.48
Seminativo irriguo	6	9.84	21.31
Seminativo non irriguo	12	19.67	40.98
Acque	3	4.92	45.90
Urbano residenziale	8	13.11	59.02
Urbano industriale	10	16.39	75.41
Macereti	3	4.92	80.33
Strade	11	18.03	98.36
cave	1	1.64	100.00

LA VARIABILE STATISTICA

Parametri numerici descrittivi della popolazione

MODA: è quel valore argomentale per cui è massima la frequenza;

MEDIANA: è quel valore argomentale che divide l'istogramma in due aree uguali. Valore centrale.

MOMENTI

Si definisce momento k-esimo rispetto al polo θ (tipicamente =0) di una variabile statistica a una dimensione la seguente espressione:

$$m_{k,\theta} = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \theta\right)^k f_i$$

I momenti più significativi che descrivono una variabile statistica sono i seguenti:

$$\boldsymbol{m_{1,0} = \mu = \sum_{i=1}^{n} x_i f_i}$$

$$\boldsymbol{m_{2,0} = \sigma^2 = \sum_{i=1}^{n} {x_i}^2 f_i}$$

Momento di I grado → MEDIA

Momento di II grado → VALORE QUADRATICO MEDIO

LA VARIABILE STATISTICA

Ad ogni variabile statistica ne è associabile una nuova detta variabile statistica SCARTO (v_i) così definita:

$$v_i = x_i - \mu$$

La nuova variabile scarto V avrà lo stesso istogramma della variabile C ma l'origine delle ascisse coinciderà con il valore della media $m_{1,0}$ (media nulla).

Il momento di <u>secondo</u> grado della variabile scarto è detto varianza $[\sigma^2]$:

$$m_{2,m} = \sigma_x^2 = \sum_{i=1}^{n} \left(x_i - m_{1,0}\right)^2 f_i = \sum_{i=1}^{n} v_i^{\,2} f_i$$

La radice quadrata della varianza viene detta SCARTO QUADRATICO MEDIO (s.q.m) o DEVIAZIONE STANDARD

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}$$

LA VARIABILE STATISTICA

ATTENZIONE!!

La media M è quel valore argomentale che rende minima la varianza σ^2.

La media M ha il significato effettivo di “valore centrale”, di indice di posizione dei valori argomentali.

La varianza σ^2 è invece un indice di “dispersione” e risulta tanto maggiore quanto più elevati sono gli scarti.
Pertanto tale indice rispecchia la distribuzione dei valori argomentali.

LA VARIABILE STATISTICA CONTINUA

Se la variabile STATISTICA di interesse risulta di tipo continuo la probabilità di estrarre esattamente lo stesso valore argomentale per più volte è praticamente nulla e il tema del CONTEGGIO collegato ai concetti di FREQUENZA viene meno, poiché ogni valore argomentale si presenterebbe con frequenza pari a 1.

Per recuperare il concetto di FREQUENZA si introduce quello di CLASSE. La CLASSE è un intervallo di valori argomentali entro il quale operare i conteggi. Il campo di esistenza della variabile viene dunque suddiviso in classi che normalmente sono assunte di uguale AMPIEZZA

In questo caso La FREQUENZA non definirà più la ricorrenza di un singolo valore, ma quello dei valori compresi nell'intervallo di classe considerato.

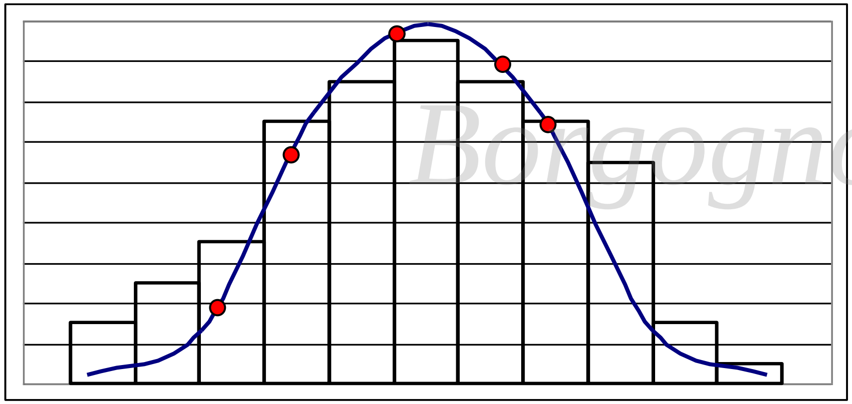
Le misure in generale, e quelle operate con strumenti geomatici in particolare, costituiscono dei campionamenti da popolazioni statistiche ignote di variabili CONTINUE che bisogna saper descrivere attraverso un loro campionamento.

Per campionamento, in un processo di misura, si intende la ripetizione della stessa misura in condizioni operative uguali. Le ripetizioni costituiscono un insieme molto esiguo degli infiniti valori argomentali che caratterizzano la popolazione statistica sottesa alla grandezza misurata (es distanza). Da queste poche ripetizioni è possibile dedurre informazioni circa l'intera popolazione. Si dimostra che la distribuzione statistica della grandezza derivante da un processo di misura privo di sistematismi, corrisponde a quella di una variabile statistica casuale.

La distribuzione statistica che descrive una variabile casuale è quella GAUSSIANA.

MISURA DIRETTA DI UNA GRANDEZZA

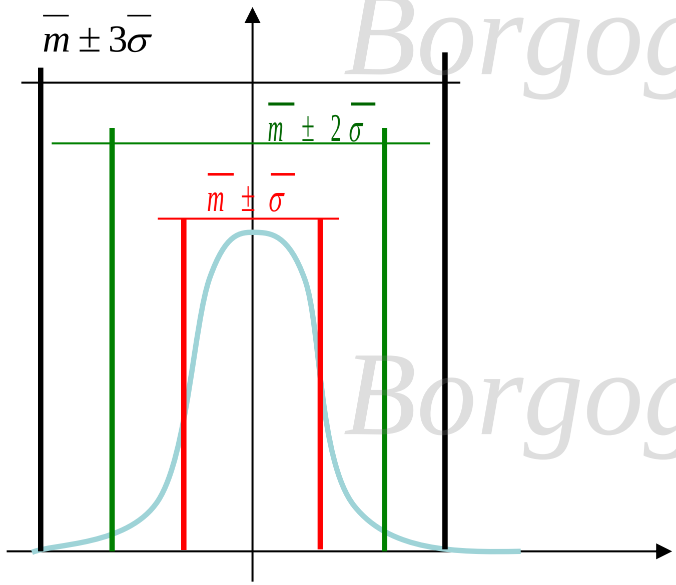
Misurare direttamente un grandezza vuol dire campionare (cerchi rossi) una popolazione GAUSSIANA di MEDIA E DEVIAZIONE STANDARD da determinare sulla base del campione estratto.



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

La distribuzione Gaussiana risponde al modello matematico *f(x)* riportato a margine . Si noti come per descrivere l'intera popolazione (la «campana») sia sufficiente conoscere MEDIA e DEVIAZIONE STANDARD.
La prima determinerà il valore della MISURA che sto eseguendo, la seconda la sua dispersione attorno al proprio valore e cioè la sua INCERTEZZA. Notare che l'INCERTEZZA di cui si parla è quella connessa alla sola natura aleatoria del processo di misura. Non sono inclusi errori GROSSOLANI o SISTEMATICI la cui rimozione deve avvenire preventivamente.

Significato operativo dei parametri



$$P(\overline{m}-\overline{\sigma} \le x \le m+\overline{\sigma}) = \int_{\overline{m}-\overline{\sigma}}^{\overline{m}+\overline{\sigma}} f(x)dx \cong 0.68$$

$$P(\overline{m}-\overline{2\sigma} \le x \le m+\overline{2\sigma}) = \int_{\overline{m}-2\overline{\sigma}}^{\overline{m}+2\overline{\sigma}} f(x)dx \cong 0.95$$

$$P(\overline{m}-\overline{3\sigma} \le x \le m+\overline{3\sigma}) = \int_{\overline{m}-3\overline{\sigma}}^{\overline{m}+3\overline{\sigma}} f(x)dx \cong 0.997$$

All'intervallo $\overline{m} \pm \overline{\sigma_m}$ è associato il concetto di **precisione della misura** (68% delle osservazioni).

All'intervallo $\overline{m} \pm 2\overline{\sigma}_m$ è associato il concetto di **affidabilità della misura** (95% delle osservazioni)

All'intervallo $\overline{m}\ \mu\ 3\overline{\sigma}_m$ è associato il concetto di **tolleranza** della misura (99.7% delle oss.)

POPOLAZIONI IN GIOCO

1) Esiste il CAMPIONE di MISURE DIRETTE con tutte le sue statistiche

2) Esiste una popolazione incognita da cui il campione è stato estratto e di cui stiamo cercando le stime dei parametri che la definiscono

3) Esiste una popolazione delle medie dei campioni estratti (parametro 1)

4) Esiste una popolazione delle varianze dei campioni estratti (parametro 2)

3) E 4) esistono perché ogni *n*-pla di estrazioni che costituisce il campione definisce una propria coppia di parametri simili ma non identici. Sono possibili infiniti campioni dai quali è possibile derivare infiniti valori di media e varianza.

Si dimostra che le migliori stime di MEDIA e VARIANZA in grado di descrivere il VALORE di UNA MISURA e la sua INCERTEZZA sono dati dalla MEDIA CAMPIONARIA e dalla DEVIAZIONE STANDARD della POPOLAZIONE delle MEDIE CAMPIONARIE (anche detta ERORRE STANDARD).

La misura della grandezza si esprimerà pertanto come:

$$\overline{m} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n}$$

$$\boxed{\overline{m} \pm \overline{\sigma}_m}$$

$$\overline{\sigma}_m^{\,2} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \left(x_i - \overline{m}\right)^2}{n(n-1)}$$

ESEMPI

1° Esempio

Si è eseguita una misura di distanza tramite **bindella** da 20m e si sono effettuate quattro serie di determinazioni. In tabella sono riportate le misure effettuate e gli indici descrittivi che ne conseguono:

x_i(m)	v_i(mm)	V_i^2(mm^2)
45.81	-15	225
45.80	-25	625
45.84	+15	225
45.85	+25	625

$\bar{m} = 45.82\ m$ $\sum_{i=1}^{n} v_i = 0$ $\sum_{i=1}^{n} v_i^2 = 1700$

$$\bar{\sigma}_m = \pm\sqrt{\bar{\sigma}^2_m} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n \cdot (n-1)}} = \pm\sqrt{141.667} = \pm 11.9\ mm$$

il risultato della misura è quindi: $45.82\ m \pm 11.9\ mm$

ESEMPI

2° Esempio

Se la medesima misura viene eseguita con l'uso di un **distanziometro** ad onde elettromagnetiche e si effettuano nuovamente quattro determinazioni, si avranno i seguenti indici descrittivi:

x_i(m)	v_i(mm)	V_i^2(mm^2)
45.823	+1.3	1.69
45.821	-0.7	0.49
45.822	+0.3	0.09
45.821	-0.7	0.49

$\overline{m} = 45.821\ m$ $\quad\quad \sum_{i=1}^{n} v_i = 0.2 mm \cong 0$ $\quad\quad \sum_{i=1}^{n} v_i^2 = 2.76$

$$\overline{\sigma} = \pm\sqrt{\overline{\sigma^2}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} v_i^2}{n\cdot(n-1)}} = \pm\sqrt{0.23} = \pm 0.48\ mm$$

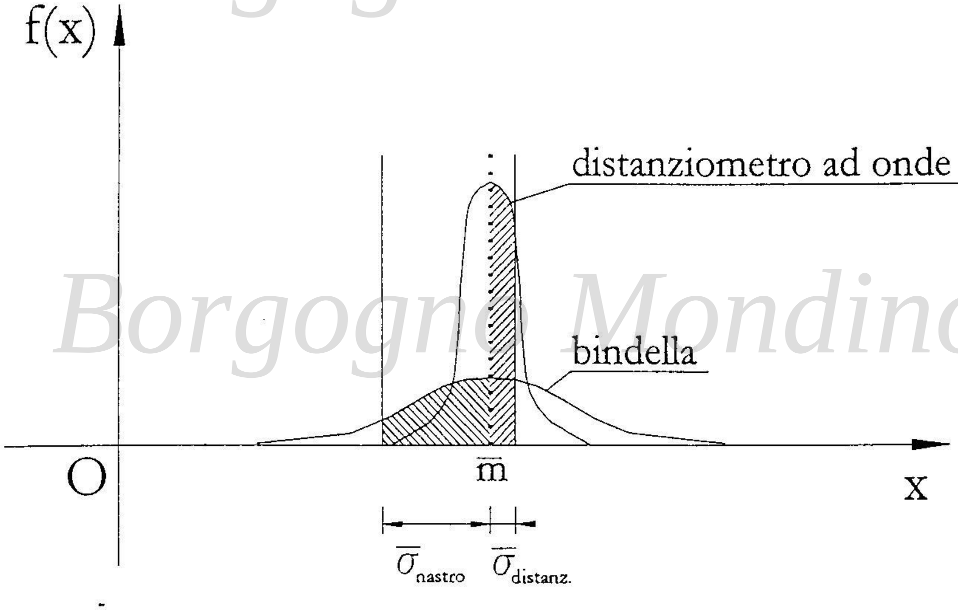
Il risultato della misura è quindi: $45.821 m \pm 0.48 mm$

L'intervallo di variabilità in questo secondo caso è molto più ridotto, il $\overline{\sigma}$ della bindella risulta di un ordine superiore a quello del distanziometro.

SIGNIFICATO OPERATIVO DEI PARAMETRI

DISTRIBUZIONE GAUSSIANA

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$



MISURA INDIRETTA DI UNA GRANDEZZA

(Stima della media)

Sia y la grandezza determinata in modo indiretto attraverso la misura <u>diretta</u> delle grandezze X_1, X_2, .., X_k

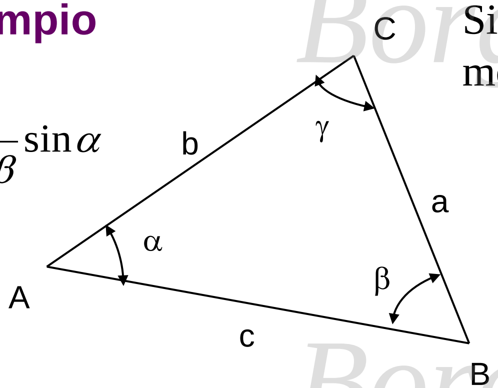
$$y = f(X_1, X_2, .. X_k)$$

Stima della MEDIA della misura indiretta della grandezza

$$\overline{Y}_m = f\left(\overline{X}_{1m}, \overline{X}_{2m}, ..., \overline{X}_{nm}\right)$$

Esempio

$$a = \frac{b}{\sin\beta}\sin\alpha$$



Si definisca la misura indiretta di a dopo aver misurato in modo diretto b, α, β.

$$b \rightarrow \overline{b} \pm \overline{\sigma}_{bm}$$

$$\alpha \rightarrow \overline{\alpha} \pm \overline{\sigma}_{\alpha m}$$

$$\beta \rightarrow \overline{\beta} \pm \overline{\sigma}_{\beta m}$$

$$\longrightarrow a \rightarrow \overline{a}_m \pm \overline{\sigma}_{am}$$

$$\overline{a} = \frac{\overline{b}}{\sin\overline{\beta}}\sin\overline{\alpha}$$

E' la stima del valore medio della misura indiretta di a

MISURA INDIRETTA DI UNA GRANDEZZA

Stima della VARIANZA: Legge di propagazione della varianza

$$\sigma_Y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial X_1}\right)_m^2 \cdot \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}\right)_m^2 \cdot \sigma_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial X_n}\right)_m^2 \cdot \sigma_n^2$$

Stima della varianza di una grandezza misurata indirettamente attraverso misure dirette **NON CORRELATE** fra loro

$$\sigma_Y^2 = \left(\frac{\partial f}{\partial X_1}\right)_m^2 \cdot \sigma_1^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial X_2}\right)_m^2 \cdot \sigma_2^2 + \ldots + \left(\frac{\partial f}{\partial X_n}\right)_m^2 \cdot \sigma_n^2 + \boxed{2\sum_{i<j}\left(\frac{\partial f}{\partial X_i}\right) \cdot \left(\frac{\partial f}{\partial X_j}\right) \cdot \sigma_{ij}}$$

Stima della varianza di una grandezza misurata indirettamente attraverso misure dirette **CORRELATE** fra loro

Tornando all'esempio precedente si tratta di calcolare le derivate parziali richieste:

$$\left(\frac{\partial a}{\partial b}\right)_m ; \left(\frac{\partial a}{\partial \alpha}\right)_m ; \left(\frac{\partial a}{\partial \beta}\right)_m$$

MISURA INDIRETTA DI UNA GRANDEZZA CON MISURE ESUBERANTI

$$
\begin{cases}
a_1 X_1 + b_1 X_2 + \ldots + u_1 X_r = L_1 \\
a_2 X_1 + b_2 X_2 + \ldots + u_2 X_r = L_2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_n X_1 + b_n X_2 + \ldots + u_n X_r = L_n
\end{cases}
$$

= Termini noti

X_i = incognite

n > r

Borgogno Mondino 2023

La situazione è analoga a quella di un sistema (ipotizzato lineare) in cui il n° di equazioni (n) > n° incognite (r)

Nel sistema tutte le grandezze, dirette e indirette, sono indicate con i rispettivi valori teorici di media (L_i). In questo caso (mondo delle idee!!), del tutto teorico, una qualsiasi serie di r equazioni, scelte tra le n disponibili, è in grado di fornire una soluzione che soddisfa anche le restanti n-r equazioni.
Nella realtà noi disponiamo solo delle stime delle grandezze misurate direttamente ($\overline{L}_i$) che partecipano al sistema; pertanto le equazioni sono soddisfatte a meno degli scarti. Il sistema diventa allora:

Borgogno Mondino 2023

$$
\begin{cases}
a_1 X_1 + b_1 X_2 + \ldots + u_1 X_r = \overline{L}_1 + v_1 \\
a_2 X_1 + b_2 X_2 + \ldots + u_2 X_r = \overline{L}_2 + v_2 \\
\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \\
a_n X_1 + b_n X_2 + \ldots + u_n X_r = \overline{L}_n + v_n
\end{cases}
$$

La soluzione che andiamo cercando (stima delle grandezze incognite X_i) tra tutte le possibili è quella che minimizza la quantità

$$\sum_{i=1}^{n} v_i^2 = \min$$

MINIMI QUADRATI

e per la quale sia massima la probabilità di estrarre proprio quelle stime dalle rispettive popolazioni possibili.

Borgogno Mondino 2023

MISURA INDIRETTA DI UNA GRANDEZZA CON MISURE ESUBERANTI

Riassumendo ..

L'esuberanza delle misure rispetto a quelle strettamente necessarie a risolvere un certo problema, permette di controllare l'errore e recuperare i VINCOLI GEOMETRICI. In termini analitici si tratta di scrivere un sistema con un numero di equazioni superiore al numero delle incognite. In tale situazione è possibile:

a) quantificare l'errore VERO (a posteriori) di MISURA;
b) procedere alla COMPENSAZIONE delle misure (ridistribuzione dell'errore per il recupero della coerenza geometrica delle misure)

NB: Lo stesso procedimento, basato sulla risoluzione di un sistema di equazione ridondante, può essere utilizzato per STIMARE i parametri di un modello matematico LINEARE (o LINEARIZZABILE nell'intorno di una soluzione approssimata)

I parametri di un modello matematico che relazione linearmente una o più variabili indipendenti (x_i) ad una variabile dipendente y_i sono i coefficienti che lo definiscono (ai) . Es. nel caso di UNA RETTA i parametri sono il suo coefficiente angolare e l'intercetta.

$$Y = a_0 + a_1 x_1 + a_2 x_2 + \cdots .. + a_n x_n + a_m x_1^k + a_{m+1} x_2^k + \cdots .. + a_{m+n} x_{m+n}^k$$

Esempio di compensazione: LIVELLAZIONE GEOMETRICA

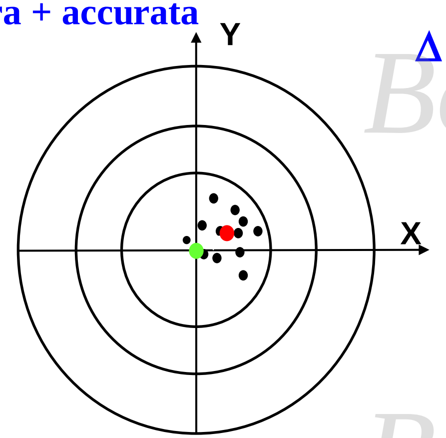
Esempio di stima dei parametri di un modello: equazione della retta, parabola, esponenziale, logaritmo.

PRECISIONE DELLE CARTE

GLI ERRORI IN CARTOGRAFIA

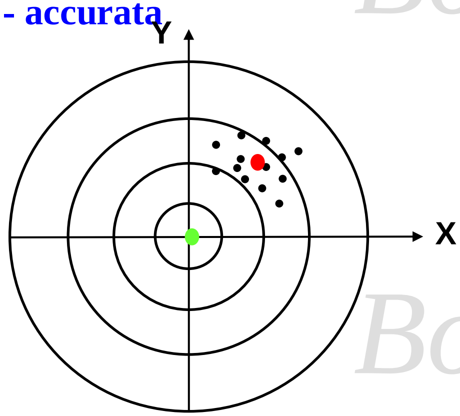
Accuratezza di misura: una misura è accurata se la differenza (Δ) tra la stima del suo valore (m=media aritmetica (●) ed il valore VERO (●) è trascurabile.

Misura + accurata



Δ è trascurabile se $\mu < \sigma$

Misura - accurata



Precisione di misura: una misura è tanto più precisa quanto più la dispersione delle misure ripetute intorno al loro valor medio (μ) è piccola. La dispersione è misurata da parametri statistici quali:

1. s.q.m = *scarto quadratico medio* (vedi seguito) → bene per misure ripetute (appartenenti alla stessa distribuzione statistica)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \mu)^2}{n(n-1)}}$$

2. RMSE = *Root Mean Squared Error* → bene per misure distribuite (CARTOGRAFIA)

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_{mis} - x_{exp})^2}{(n-1)}}$$

IL COLLAUDO

L'operazione di collaudo di una carta avviene dopo che la carta è stata redatta con l'intento di certificarne i requisiti di precisione richiesti in fase di CAPITOLATO.

Il collaudatore procede a misurare le coordinate di punti stabili selezionati riconoscibili sia sulla carta da collaudare, sia sul terreno. Procede poi a confrontare per differenza le coordinate CARTA e quelle TERRENO dei punti rilevati.

Le popolazioni statistiche in gioco sono dunque quelle delle differenze tra le coordinate EST (**ΔE**) e NORD (**ΔN**)

La carta è ACCURATA se il valore medio di entrambe le popolazioni risulta trascurabile rispetto al suo valore atteso, e cioè 0 (zero).

$\mu_{\Delta E} < \sigma_{\Delta E}$ **e** $\mu_{\Delta N} < \sigma_{\Delta N}$

Est (carta)	Nord (carta)	EST gps	NORD gps	$\Delta E=(E-E_g)$	$\Delta N=(N-N_g)$	$\Delta = (\Delta E^2+\Delta N^2)^{0.5}$
E_1	N_1	E_{g1}	N_{g1}	ΔE_1	ΔN_1	Δ_1
E_2	N_2	E_{g2}	N_{g2}	ΔE_2	ΔN_2	Δ_2
…	….	….	….	….	….	….
E_n	N_n	E_{gn}	N_{gn}	ΔE_n	ΔN_n	Δ_n

GLI ERRORI IN CARTOGRAFIA

Definizioni

Se la carta risulta ACCURATA (e cioè il valor medio delle differenze alle coordinate risulta nullo o assimilabile a nullo) allora ....

a) **Precisione (σ) della carta:** scarto quadratico medio (o RMSE) degli errori di posizionamento planimetrico (o altimetrico) verificabili su una carta a seguito di collaudo. Per la planimetria viene fissato da capitolato pari all'

b) **Errore di graficismo:** definisce lo spessore del pennino scrivente che disegna la carta su foglio. In Italia lo si assume pari a 0.2 mm alla scala della carta

Esempio: Si consideri una carta alla scala 1:10000. La sua precisione risulta:

$$1 \text{ mm} : 10000 \text{ mm} = 0.2 \text{ mm} : \sigma \quad \rightarrow \quad \sigma = 2 \text{ m}$$

PRECISIONE DELLE CARTE

c) Scala nominale della carta (o del dato): è la scala alla quale lo destina l'errore che lo caratterizza secondo quanto illustrato precedentemente.

Si consideri un dato con errore planimetrico di 15 m

1 mm : S mm = 0.2 mm : 15000 mm

S = 75000 → dato è idoneo per una scala 1:75000

d) Tolleranza della carta (o del dato): 2σ valore che definisce l'intervallo all'interno del quale, secondo la diseguaglianza di Tchebychev , si colloca il 95% degli errori.