

Sol. problema Neumann eq. Laplace. Flusso intorno a ostacolo circolare

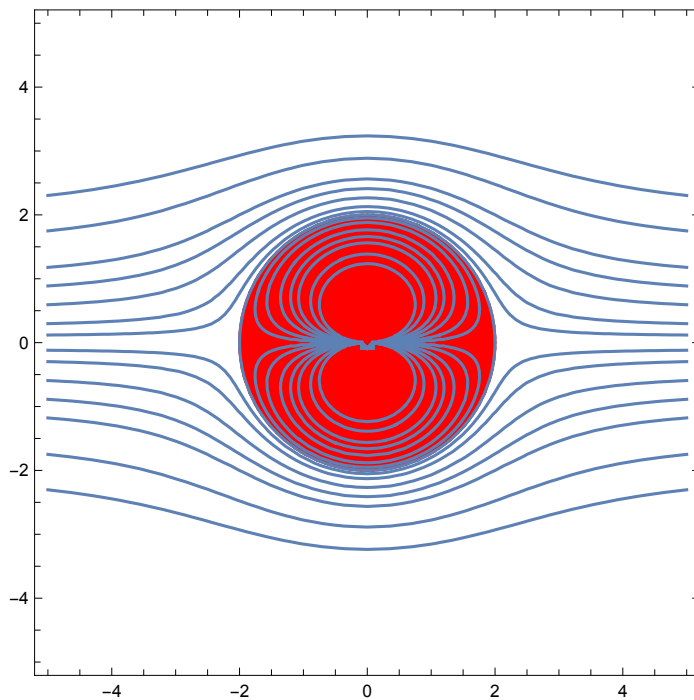
In[]:* (* potenziale complesso per circonferenza di raggio a_0 *)
F[z_] = z + a0^2 / z;

```

In[ ]:= a0 = 2;
Show[ RegionPlot[ x^2 + y^2 < a0^2, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}, PlotStyle -> Red],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == 1 / 10, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ (x + I y) + a0^2 / (x + I y)] == 1 / 2, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == 1 / 4, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == 3 / 4, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == 1, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == 3 / 2, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == 2, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == -1 / 10, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == -1 / 2, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == -1 / 4, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == -3 / 4, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == -1, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == -3 / 2, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[(x + I y)]] == -2, {x, -5, 5}, {y, -5, 5}]
]

```

Out[]:=



In[]:= $F[x + I y]$

Out[]:=

$$x + \frac{4}{x + i y} + i y$$

Mappa su ellisse

```

Clear[α, r, g, U, Z, ξ]
r = 1/a0 ξ;
(* α: angolo formato dall'ellisse con l'asse x ;
  -- 2 g : fuochi dell'ellisse;
  ξ: parametro di ellitticità.
*)
U[z_] = (z r + 1/z/r E^(-2 I α)) g;
(* mappa conforme che mappa l'esterno di un cerchio
  nel piano z nell'esterno di un'ellisse nel piano u *)
Z[u_] = a0 
$$\frac{\left( u + E^{(-I \alpha)} \sqrt{(u E^{(I \alpha)} - 2 g)} \sqrt{(u E^{(I \alpha)} + 2 g)} \right)}{2 g \xi};$$

(* mappa inversa *)

```

```
In[*]:= (* potenziale complesso per l'ellisse *)
```

```
Ω = F[ Z[u + I v] ] // FullSimplify
```

```
Out[*]=
```

$$\frac{u + e^{-i \alpha} \sqrt{-2 g + e^{i \alpha} (u + i v)} \sqrt{2 g + e^{i \alpha} (u + i v)} + i v}{g \xi} + \frac{u + e^{-i \alpha} \sqrt{-2 g + e^{i \alpha} (u + i v)} \sqrt{2 g + e^{i \alpha} (u + i v)} + i v}{4 g \xi}$$

```
In[*]:= Ω /. u -> x /. v -> y
```

```
Out[*]=
```

$$\frac{x + e^{-i \alpha} \sqrt{-2 g + e^{i \alpha} (x + i y)} \sqrt{2 g + e^{i \alpha} (x + i y)} + i y}{g \xi} + \frac{x + e^{-i \alpha} \sqrt{-2 g + e^{i \alpha} (x + i y)} \sqrt{2 g + e^{i \alpha} (x + i y)} + i y}{4 g \xi}$$

```
In[*]:= ξ = 1.5; g = 1; α = -Pi/4;
```

```

In[ ]:= Show[ RegionPlot[ ( (Z[u + I v] // Abs[#] &) < a0 ) , {u, -5, 5}, {v, -5, 5} ,
  PlotStyle → Red], ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == 1 , {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == 1 / 10, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == 1 / 2, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == 1 / 4, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == 3 / 4, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == 1, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == 3 / 2, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == 2, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == -1 / 10, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == -1 / 2, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == -1 / 4, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == -3 / 4, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == -1, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == -3 / 2, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}],
  ContourPlot[ Im[ F[Z[u + I v]]] == -2, {u, -5, 5}, {v, -5, 5}]
]

```

Out[]=

