

Con due soli simboli - 0 e 1 - possiamo contare, e possiamo anche rappresentare valori di verità – *falso* e *vero* - e in questo modo modellare ragionamenti, usando l'algebra booleana:

PRINCIPALI OPERAZIONI BOOLEANE

NOT 1 = 0; NOT 0 = 1 (NOT vero = falso; NOT falso = vero)

Le altre operazioni booleane di base sono: OR, AND, XOR

x	y	x OR y	x AND y	x XOR y
=	=	=====	=====	=====
0	0	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	1	0	1
1	1	1	1	0

Esempi (un po' semplificati) della vita reale in cui possiamo applicare la logica booleana:

OR:

x = ho preso il sole all'aperto; y = ho fatto la lampada abbronzante

x OR y = mi sono abbronzato

AND:

x = ho studiato per l'esame; y = mi sono iscritto all'appello

x AND y = ho superato l'esame

XOR:

x = imbocco la corsia del pagamento in contanti; y = imbocco la corsia del Telepass

x XOR y = posso uscire dall'autostrada.

Le operazioni booleane possono anche essere composte fra loro.

(NOT x) AND (x OR y):

x	y	NOT x	x OR y	(NOT x) AND (x OR y)
=	=	=====	=====	=====
0	0	1	0	0
0	1	1	1	1
1	0	0	1	0
1	1	0	1	0

Possiamo applicare le stesse operazioni anche ai byte, accoppiando i bit dei due byte nella stessa posizione:

x	y	NOT x
10011100	01010110	01100011
x OR y	x AND y	x XOR y
10011100	10011100	10011100
01010110	01010110	01010110

11011110	00010100	11001010

Che possiamo anche esprimere in esadecimale:

x = 9C y = 56 NOT x = 63

x OR y	x AND y	x XOR y
9C	9C	9C
56	56	56

DE	14	CA

ESERCIZI PRESI DAL TEST DI AUTOVALUTAZIONE:

Siano x, y e z variabili binarie. Quale è il valore massimo di $A = (xyz)_2$ con (x, y, z) tali da rendere vera la seguente espressione booleana:

$$(x \text{ AND } y) \text{ XOR } (x \text{ OR } z)$$

Possibili risposte: 13, 15, 11, 5, 8

Per rispondere alla domanda conviene incominciare dal numero più alto, trasformarlo in binario, e vedere se i 4 bit rendono vera l'equazione.

$15 = 1111$; $\Rightarrow xyz = 1111$

$(1 \text{ AND } 1) \text{ XOR } (1 \text{ OR } 1) = 1 \text{ XOR } 1 = 0$; $\Rightarrow \text{NO}$

$13 = 1101$; $\Rightarrow xyz = ???$ y non può valere allo stesso tempo 1 e 0, $\Rightarrow \text{NO}$

$11 = 1011$; $\Rightarrow xyz = 1011$

$(0 \text{ AND } 1) \text{ XOR } (0 \text{ OR } 1) = 0 \text{ XOR } 1 = 1 \Rightarrow \text{SI}$

=====

Quante combinazioni di x, y, z, w rendono vera $\text{expr} = (x \text{ OR } z) \text{ XOR } ((\text{NOT } y) \text{ AND } (w \text{ XOR } x))$?

x	y	z	w	$x \text{ OR } z$	$\text{NOT } y$	$w \text{ XOR } x$	$(\text{NOT } y) \text{ AND } (w \text{ XOR } x)$	expr
0	0	0	0	0	1	0	0	0
0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	1	1	0	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	1	0	0	0	0	0	0	0
0	1	0	1	0	0	1	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0	1
0	1	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	1	1	1	0
1	0	0	1	1	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	0
1	0	1	1	1	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1	0	1
1	1	0	1	1	0	0	0	1
1	1	1	0	1	0	1	0	1
1	1	1	1	1	0	0	0	1

